



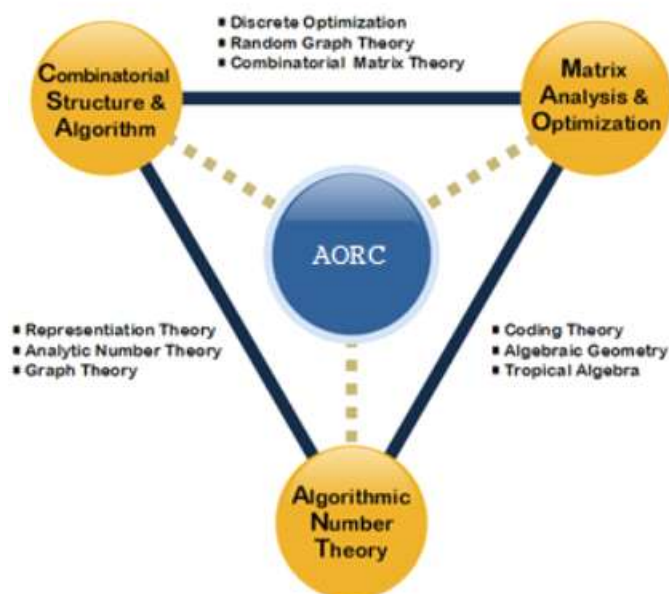
SRC Funded by NRF of Korea

**AORC** 응용대수 및 최적화 연구센터  
Applied Algebra & Optimization Research Center

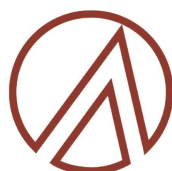
## 제11회 응용대수 및 최적화 연구센터 워크숍

### The 11th Workshop of AORC

일시: 2021.12.8.-10. 장소: Sea Cloud Busan 주최: 성균관대학교 AORC 선도연구센터



SRC Funded by NRF of Korea



**AORC** 응용대수 및 최적화 연구센터  
Applied Algebra & Optimization Research Center

# Participants

순번	그룹	구분	이름	소속	과정	이메일
1	G1	센터장	천기상	성균관대학교	Ph.D	gscheon@skku.edu
2		참여교수	김장수	성균관대학교	Ph.D	jangsookim@skku.edu
3		참여교수	김정한	고등과학원	Ph.D	jhkim@kias.re.kr
4		포닥연구원	송민호	성균관대학교	Ph.D	smh3227@naver.com
5		포닥연구원	김동현	성균관대학교	Ph.D	hyun923010@skku.edu
6		포닥연구원	강범틀	성균관대학교	Ph.D	lokbt1@skku.edu
7	G2	참여교수	허석문	성균관대학교	Ph.D	sukmoonh@skku.edu
8		참여교수	정윤모	성균관대학교	Ph.D	yoonmojung@skku.edu
9		포닥연구원	정주영	성균관대학교	Ph.D	jjycjn@skku.edu
10		포닥연구원	김수현	성균관대학교	Ph.D	5hkim@skku.edu
11		포닥연구원	Parivallal	성균관대학교	Ph.D	parivallal@skku.edu
12		포닥연구원	허철원	성균관대학교	Ph.D	cwheo@skku.edu
13	G3	참여교수	김창현	성균관대학교	Ph.D	chhkim@skku.edu
14		참여교수	권순학	성균관대학교	Ph.D	shkwon@skku.edu
15		참여교수	년푸중	성균관대학교	Ph.D	phuchung@skku.edu
16		참여교수	최우철	성균관대학교	Ph.D	choiwc@skku.edu
17		포닥연구원	정명현	성균관대학교	Ph.D	mhjung07@skku.edu
18		포닥연구원	신보미	성균관대학교	Ph.D	bmshein@skku.edu
19		포닥연구원	최홍준	성균관대학교	Ph.D	h.j.choi@skku.edu
20		행정실장	설한국	성균관대학교	Ph.D	hgseol@skku.edu
21		행정직원	허승아	성균관대학교	석사	hsa0406@skku.edu
22		초청연사	전대열	공주대학교	Ph.D	dyjeon@kongju.ac.kr

## AORC 선도연구센터 소개

### ■ SRC 선도연구센터

• **사업목적:** 창의성과 탁월성을 보유한 우수 연구집단을 발굴하여 세계적 수준의 경쟁력을 갖춘 핵심 연구분야 및 연구그룹 육성을 통해 새로운 이론형성, 과학적 난제해결 등 국가 기초연구역량 강화

#### • 수학분야 SRC

- 응용대수 및 최적화 연구센터(AORC, 성균관대, 2016-2022)
- 응용해석 및 계산센터(CMAC, 연세대, 2015-2021)
- 기하학 및 응용센터(GAIA, 포스텍, 2011-2017)

### ■ AORC 선도연구센터

#### • 설립배경 및 연구목표:

21세기 세계는 "지식기반사회와 학제간 융·복합"이라는 새로운 패러다임을 통하여 이전 세기들과는 비교할 수 없을 정도로 빠르게 변화하고 있다. 특히, 정보통신의 발달로 매일 대용량의 데이터가 넘쳐나고 사회구조는 점점 다양해지면서 복잡해지고 있다. 따라서 이에 부응하는 새로운 원리에 기반한 빅데이터 분석을 통해, 금융, 의료 및 생명, 통신 및 교통망, 인공지능 등 컴퓨터 관련 문제들에 최적의 답을 도출해내는 수학적 연구, 즉 최적화에 대한 연구가 절실하다. 이러한 문제들에는 자연스러운 대수적 구조가 있다. 따라서 문제해결을 위해 행렬론, 조합론, 그래프론, 수론, 암호론, 대수기하 등 응용대수 및 최적화를 주제로 상호 연관분야들 간의 크로스오버를 통한 이론연구와 관련 알고리즘 및 최적화 연구의 선도과학집단을 육성하여, 심층적이고 창의적인 집단연구를 통해 과학적 난제 및 사회이슈를 해결한다.

#### • 센터구성 및 그룹별 목표

##### - 1그룹: 조합적 구조 및 알고리즘(Combinatorial structure and algorithm)

“랜덤그래프 모델을 통한 인터넷 그래프/네트워크 연구의 새로운 방법론 개발”

조합론 및 그래피론은 이산적 구조를 가지는 대상을 연구하며 현대에 이르러서는 대수학, 수론, 위상수학, 기하학 등 고전적인 수학분야 뿐만 아니라 여러 학문분야에 새로운 관점을 제시하여 문제 해결을 가능하게 한다. 동시에 통계학, 수리 물리학, 컴퓨터 과학, 생물학 등 현대 첨단 과학 기술을 이끌어가는 다양한 학문 사이의 관련성을 밝혀 새로운 연결고리를 만들어 주는 학문 분야로도 자리 잡고 있다. 2006년에는 총 4개의 필즈 메달 중 2개가 조합론과 밀접한 관련 있는 주제였다.

##### - 2그룹: 행렬해석과 최적화이론(Matrix analysis and optimization)

“대용량 빅데이터 해석을 위한 이론 개발과 데이터의 실시간 분석을 위한 최적화 모델 개발”

행렬이론은 순수 및 응용수학 분야뿐만 아니라 수치적 계산법을 바탕으로 하는 경제, 의·공학, 빅 데이터 및 기계학습 분야에서 필요불가결하게 그리고 핵심적으로 나타나는 중요한 수학 이론 중 하나이다. 최근 국제적으로 급부상하고 있는 행렬관련 중요 연구 분야는 대용량 행렬 데이터 분석과 계산, 행렬 데이터 공간의 위상 및 기하학 구조 연구와 무게중심이론, 행렬텐서 분해법 등이 있다. 이러한 연구 분야들에서 행렬 데이터의 구조 해석과 효율적 계산을 위한 최적화 이론들이 필요불가결하게 등장하고 있으며 반대로 이러한 응용성으로 말미암아 행렬관련 순수이론들이 발전되어 왔다.

##### - 3그룹: 알고리듬 수론(Algorithmic number theory)

“통신 및 보안 분야의 원천 기술을 진일보시킬 수론기반의 암호 및 부호 이론 개발”

보형형식은 수론, 조합론, 쌍곡기하학, 에르고딕이론, 수리물리 등 다양한 분야에서 많이 응용된다. 특히, 목보형형식 및 약한 조화 Maass 형식은 아직 밝혀지지 않은 많은 현상들을 설명할 수 있는 중요한 도구라고 할 수 있으며, 소수의 분포, Littlewood 추측, Sarnak 추측 등은 에르고딕 이론과 수론과의 신비한 관련성을 보여주는 예들이라고 할 수 있다. 또한 암호 및 부호이론에 관한 연구들은 정보통신 및 보안 기술의 핵심이론으로서 산업수학에서 매우 중요한 위치를 차지하는 분야라고 할 수 있다.

# Program

날 짜	시 간	좌 장	제 목	발표자	
12월 8일	13:00-14:00	등 록			
	14:00-14:10	개 회 및 워크숍 일정안내		권순학	
	14:10-14:20	센터사업 성과보고 및 우수논문 시상		천기상	
	14:20-14:50	1그룹 연구 성과 보고 및 연구주제 소개		김장수	
	14:50-15:20	2그룹 연구 성과 보고 및 연구주제 소개		정운모	
	15:20-15:50	3그룹 연구 성과 보고 및 연구주제 소개		김창현	
	15:50-16:30	Coffee Break			
	그룹별 연구 성과 발표(1그룹)				
	16:30-17:00	김장수	Periods of Boolean Toeplitz matrices	강범틀	
	17:00-17:30		On the $t$ -Motzkin paths	송민호	
	17:30-20:00	Dinner			
12월 9일	10:00-10:30	김장수	On Riordan poset matrices	최홍준	
	10:30-11:00		Macdonald polynomials at $t = q^k$	김동현	
	그룹별 연구 성과 발표(2그룹)				
	11:00-11:30	정운모	Trend filtering by adaptive piecewise polynomials	김수현	
	11:30-12:00	정운모	Hyperbolic polynomials and optimization	정주영	
	12:00-14:00	Lunch(호텔)			
	14:00-14:30	정운모	Asymptotic behavior of nonsmooth ADMM as topological viewpoint	신보미	
	14:30-15:00	정운모	Minimal decomposition of the ring $Z_3$ of 3-adic integers for multi-valued functions of type $ax = y^2$	정명현	
	그룹별 연구 성과 발표(3그룹)				
	15:00-15:30	김창현	Bipartite consensus for multi-agent systems with disturbances and switching topologies	Arumugam Parivllal	
	15:30-16:00		Operads on graphs and matroids	허철원	
		16:00-16:30	Coffee Break		
		16:30-17:20	권순학	Modular curves with infinitely many rational points	전대열
		17:20-17:30	권순학	종합평가 및 차년도 연구계획	천기상
	17:30-18:00	휴 식			
	18:00-20:00	Dinner (방역지침에따라운영)			
12월 10일	09:00-12:00		전체 토론 및 폐회		
	12:00-14:00	Lunch			

# Abstract

초록

# Periods of Boolean Toeplitz matrices

Bumtlee Kang

## Abstract

The matrix period of a Boolean matrix  $A$  is defined as the minimum positive integer  $p$  for which there is a positive integer  $M$  such that for any integer  $r \geq M$ ,  $A^r = A^{r+p}$ . The competition index of a Boolean matrix  $A$  is defined to be the smallest positive integer  $q$  such that  $A^{q+i}(A^T)^{q+i} = A^{q+r+i}(A^T)^{q+r+i}$  for a Boolean matrix  $A$  and some positive integer  $r$  and every nonnegative integer  $i$ . For the competition index  $q$  of a Boolean matrix  $A$ , the competition period of  $A$  is the smallest positive integer  $p$  such that  $A^q(A^T)^q = A^{q+p}(A^T)^{q+p}$ . Given subsets  $S$  and  $T$  of  $\{1, \dots, n-1\}$ , an  $n \times n$  Toeplitz matrix  $T_n\langle S; T \rangle$  is defined to have 1 as the  $(i, j)$ -entry if and only if  $j - i \in S$  or  $i - j \in T$ .

In this talk, we introduce the matrix period and the competition period of Toeplitz matrix. In particular, we showed that an  $n \times n$   $(0, 1)$ -Toeplitz matrix  $A := T_n\langle S; T \rangle$  with  $\max S \leq n - \min T$  and  $\max T \leq n - \min S$  has the matrix period  $d/d'$  and the competition period 1 where  $d = \gcd(s + t \mid s \in S, t \in T)$  and  $d' = \gcd(d, \min S)$ . Moreover, we showed that the limit of the matrix sequence  $\{A^m(A^T)^m\}_{m=1}^{\infty}$  is a directed sum of matrices of all ones except zero diagonal.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : lokbt1@skku.edu

# On the $t$ -Motzkin paths

Minho Song

## Abstract

The  $t$ -Motzkin paths of length  $n$  are defined by the lattice paths from  $(0, 0)$  to  $(n, 0)$  using steps  $U = (1, 1)$ ,  $k$ -colored  $H = (1, 0)$ , and  $D = (1, -1)$ . In this talk, we introduce some matrix identities related to the  $t$ -Motzkin paths and give combinatorial interpretations for these identities.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : smh3227@skku.edu

# On Riordan poset matrices

Hong Joon Choi

## Abstract

In this talk, we introduce Riordan poset matrices. We investigate necessary conditions of being a Riordan poset matrix using  $g$ -sequences and  $A$ -sequences. It is also shown that every Pascal type Riordan poset is a binomial poset.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : h.j.choi@skku.edu



# Macdonald polynomials at $t = q^k$

Donghyun Kim

## Abstract

Macdonald polynomials  $P_\lambda(X; q, t)$  are a family of orthogonal symmetric polynomials in several variables, introduced by Macdonald in 1987. Since then, there have been a lot of works on Macdonald polynomials in various fields of mathematics such as combinatorics, mathematical physics, and probability theory. In this talk we briefly go over the history of Macdonald polynomials and discuss our observations on Macdonald polynomials at  $t = q^k$ .

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : hyun923010@g.skku.edu

# Trend filtering by adaptive piecewise polynomials

Soo Hyun Kim

## Abstract

Trend filtering is a regression problem to estimate underlying trends in time series data. It is necessary to investigate data in various disciplines. We propose a trend filtering method by adaptive piecewise polynomials. More specifically, we adjust the location and the number of breakpoints or knots to obtain a better fitting to given data. The numerical results on synthetic and real data sets show that it captures distinct features such as abrupt changes or kinks and provides a simplified form and brief summary of given data. This is a joint work with Juyoung Jeong, Yoon Mo Jung, and Sangwoon Yun.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : [5hkim@skku.edu](mailto:5hkim@skku.edu)

# Hyperbolic polynomials and optimization

Juyoung Jeong

## Abstract

In this talk, I will introduce hyperbolic optimization, a class of convex optimization problems derived from hyperbolic polynomials. On a finite dimensional real vector space  $\mathcal{V}$ , we consider a real homogeneous polynomial  $p$  of degree  $n$  that is hyperbolic relative to a vector  $e \in \mathcal{V}$ . This means that  $p(e) \neq 0$  and for any (fixed)  $x \in \mathcal{V}$ , the roots of the one-variable polynomial  $t \mapsto p(te - x)$  are all real. Let  $\lambda(x)$  denote the vector in  $\mathbb{R}^n$  whose entries are these real roots written in the decreasing order. Relative to the map  $\lambda : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}^n$ , we define a hyperbolicity cone  $K = \{x \in \mathcal{V} : \lambda(x) \geq 0\}$  and discuss special cases and properties of optimization problems defined over  $K$ .

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : jjycjn@skku.edu

# Asymptotic behavior of nonsmooth ADMM as topological view point

Bomi Shin

## Abstract

The alternating direction method of multipliers (ADMM) is frequently used to solve optimization problems derived from machine learning and statistics. Most works in this direction deal with smooth objective functions excluding important applications in the nonsmooth case.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : bmsin@skku.edu

# Minimal decomposition of the ring $\mathbb{Z}_3$ of 3-adic integers for multi-valued functions of type $ax = y^2$

Myunghyun Jung

## Abstract

Fan and Liao introduced how one investigates the dynamic structure for single-valued functions over the ring  $\mathbb{Z}_3$  of  $p$ -adic integers, called ‘the minimal decomposition theory.’ For multi-valued functions, the movement of points in the space is weird and interesting, compared with that for single-valued functions. We extend the theory from single-valued functions to multi-valued ones of type  $ax = y^2$  over the ring of 3-adic integers and show partial results.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : mhjung07@skku.edu

# Bipartite consensus for multi-agent systems with disturbances and switching topologies

Arumugam Parivallal

## Abstract

In this talk, the bipartite consensus for multi-agent systems with switching communication graphs and external disturbances will be discussed. The primary objective of this talk is to design an output feedback controller such that the bipartite consensus of the considered multi-agent system can be achieved with prescribed mixed  $H_\infty$  and passive performance. The structurally balanced undirected signed network graphs are considered to describe the cooperative and competitive interaction among neighboring agents. Initially, the considered problem will be transformed into a stabilization problem, then by using Lyapunov stability theory, the desired conditions for bipartite consensus are derived in the form of linear matrix inequalities. Finally, the derived theoretical results will be verified via a numerical example.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : parivallalmaths@gmail.com

# Operads on graphs and matroids

Cheolwon Heo

## Abstract

Operads are mathematical structures that have been studied in the field of algebra, topology and recently combinatorics. An operad (on Combinatorics) is composed of a family of combinatorial structures together with associative composition functions and the identity. In 2020, Aval, Giraud, Karaboghossian and Tanasa introduced operads on (multi) graphs. In this talk, we discuss these operads and possible extension to operads on matroids.

Applied Algebra and Optimization Research Center, Sungkyunkwan University, Suwon 16419, Korea

E-mail : cwheo@skku.edu

# Modular curves with infinitely many rational points

Daeyeol Jeon

## Abstract

Modular curves are moduli spaces parametrizing elliptic curves, and they play a central role in studying elliptic curves.

In this talk, we consider the problem to determine the modular curves with infinitely many rational points over the number fields for a fixed degree.

Faltings proved that a curve of genus greater than 1 has only finitely many rational points over a fixed number field.

Thus we allow the number fields to vary for a fixed degree.

First, we present some results on the modular curves with infinitely many rational points over the number fields with a fixed degree, and then we consider their application to elliptic curves.

Department of Mathematics Education, Kongju National University

E-mail : dyjeon@kongju.ac.kr



# '2021 BEST PAPER AWARD CERTIFICATE

YONGDO LIM

Reinforcement learning-based dynamic routing using mobile  
sink for data collection in WSNs and IoT applications

Journal of Network and Computer Applications



NRF SRC

AORC

Applied Algebra & Optimization  
Research Center

# '2021 BEST PAPER AWARD CERTIFICATE

WOOCHEOL CHOI

Asymptotic profile of solutions to the heat equation on thin  
plate with boundary heating

Applied Mathematics and Computation



NRF SRC

AORC

Applied Algebra & Optimization  
Research Center

**'2021 COWORK PAPER AWARD**

**CERTIFICATE**

**JANGSOO KIM**

**Symmetric Pascal matrices and related graphs**

**Linear and multilinear Algebra**



**NRF SRC**

**AORC**

**Applied Algebra & Optimization  
Research Center**

**'2021 COWORK PAPER AWARD**

**CERTIFICATE**

**GI-SANG CHEON**

**Symmetric Pascal matrices and related graphs**

**Linear and multilinear Algebra**



**NRF SRC**

**AORC**

**Applied Algebra & Optimization  
Research Center**